

MAT-10330 Insinöörimatematiikka X 3 (TTY, avoin yliopisto)

Tentti 23.7.2006, Huikkola

Ei laskinta. Ei taulukoita. Ei kirjallisuutta. Vastaa viiteen tehtävään. Onnea kokeeseen!

Tehtävä 1 a) Johda funktion $f(x) = x^2$ derivaattafunktion lauseke suoraan määritelmästä (ts. erotusosamäärän raja-arvosta).

b) Määritä raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

käyttäen kerrosvoileipälausetta. Vihje: sinifunktion arvoja on helppo arvioida ylös- ja alaspäin

Tehtävä 2 a) Piirrä funktion $f(x)$ kuvaaja kun tiedämme, että

$$f'(x) = \begin{cases} -2, & \text{jos } x < 0 \\ 2, & \text{jos } x > 0 \end{cases} \quad \text{ja } f(0) = -2$$

b) Johda funktion \ln (luonnollinen logaritmi) derivaattafunktion lauseke käyttäen käänteisfunktion derivoimissääntöä. Tietoa $D_x(e^x) = e^x$ saa käyttää.

Tehtävä 3 a) Määritä derivaattafunktio funktiolle (eli derivoi)

$$f(x) = \sin((\ln(x))^2)$$

Olethan tarkkana!

b) Määritä

$$\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

käyttäen sijoitusta $t = \sqrt{x}$.

Tehtävä 4 a) Kirjoita hyperbolisen sinin, hyperbolisen kosinin ja hyperbolisen tangentin määritelmät.

b) Todista, että

$$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$$

ja

$$D_x \cosh(x) = \sinh(x)$$

KÄÄNNÄ->

Tehtävä 5 Pane implikaationuoli \Rightarrow tai \Leftarrow ($q \Leftarrow p$ on yhtäpitävää sille, että $p \Rightarrow q$) tyhjään kohtaan siten, että väite on oikein. Kirjoita konseptille väitteet kokonaisuudessaan.

Kunkin kohdan oikeasta vastauksesta +1p, väärästä vastauksesta -1p ja vastaamattomasta 0p.

Funktio f on derivoituva välillä (a,b) _____ Funktio f on jatkuva välillä (a,b)

Funktio f on integroitava välillä (a,b) _____ Funktio f on jatkuva välillä (a,b)

Funktio f on derivoituva välillä (a,b) _____ Funktio f on integroitava välillä (a,b)

$\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = 0$ _____ Sarja $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ suppenee

$\sum_{k=1}^{\infty} |a_k|$ suppenee _____ $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ suppenee

Kirjoita lopuksi täydentämäsi lauseet ilman implikaationuolia käyttäen sanoja "Jos ... niin" ja "jos". (Tällä voit parantaa vielä lopullista pistesaldoasi).