

Tentti 22.3.2007

- Ei laskimia, ei omaa kirjallista materiaalia.
- Laske tehtävät 1 ja 2 yhdelle konseptipaperille ja tehtävät 3 ja 4 toiselle konseptipaperille.

Jätä konseptipaperit eri pinoihin.

1. Tutkitaan käyrää

$$\mathbf{r}(t) = \left( t^2 - 2t, \frac{8}{3}t^{\frac{3}{2}} \right), \quad t \geq 0$$

Määritä käyrän pituus pisteestä  $A$ , jossa käyrä kulkee  $y$ -akselin suuntaisesti, pisteeseen  $B$ , jossa käyrä leikkaa suoran  $x = 8$ .

Mitkä ovat pisteet  $A$  ja  $B$ ?

2. Määritä raja-arvot tai osoita, että raja-arvoa ei ole olemassa

$$\text{a) } \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2} \quad \text{b) } \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

3. a) Määritä ketjusäännöllä  $(\mathbf{g} \circ \mathbf{f})'(x, y, z)$ , kun

$$\mathbf{g} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 : \mathbf{g}(x, y) = (2x^2 + y, -x + y^3, y)^T$$

$$\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 : \mathbf{f}(x, y, z) = (x + 2y, \ln(z))^T$$

b) Määritä funktion

$$h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R} : h(x, y, z) = e^x + \sin(yz)$$

kasvunopeus pisteessä  $(x_0, y_0, z_0)^T = (1, 1, 0)^T$  origoa  $(0, 0, 0)^T$  kohti.

4. Määritä funktion

$$f(x, y) = 2x^2 + 2y^2 + 8y - 2x^2y$$

ääriarvokohdat ja määrää niiden laatu, jos mahdollista, Hessen matriisin avulla.

Kääntöpuolella kaavakokoelma