

**Insinöörimatematiikka D 4**  
**Tentti (9.4.2010)**

- Kynä ja paperi, numeeriset vastaukset tarkoilla arvoilla
- Laske tehtävät 1 ja 2 yhdelle paperille sekä tehtävät 3 ja 4 toiselle paperille

1. Kappale liikkuu pitkin käyrää

$$\mathbf{x}(t) = \left( \frac{t^2}{2}, \frac{4t^{\frac{3}{2}}}{3}, 2t \right).$$

Kun kappale on liikkunut käyrää pitkin origosta 16 pituusyksikköä eteenpäin ( $t > 0$ ), missä avaruuden  $\mathbb{R}^3$  pisteessä se silloin on?

2. a) Käyrillä

$$\mathbf{r}_1(t) = (t^2 - t, 2t), \quad \mathbf{r}_2(s) = (-s^2 + 3, 3s + 1)$$

on kaksi leikkauspistettä. Mitkä ne ovat?

b) Osoita, että käyrät leikkaavat toisensa kohtisuorasti (siis niiden tangentit ovat kohtisuorassa) kummassakin leikkauspisteessä.

3. a) Laske linearisoimalla pisteessä (1,1) funktion

$$f(x, y) = e^{x^2 - y^2}$$

avulla likiarvo luvulle  $e^{0.4} = e^{1.1^2 - 0.9^2}$ .

b) Olkoon lämpötila avaruuden  $\mathbb{R}^3$  pisteessä  $(x, y, z)$  annettu funktiolla

$$T(x, y, z) = 100 - x^2 - yz.$$

Mikä on lämpötilan muutosjyrkkyys kun siirrytään pisteestä  $(-1, 2, 3)$  suuntaan  $\mathbf{a} = (-12, 3, 4)$ ? Jos lämpötilan yksikkö on  $K$  ja pituuden  $m$ , millaiset dimensiokertoimet täytyy kirjoittaa funktion  $T$  termeihin?

4. Etsi funktion

$$f(x, y) = 4x - 8xy + 2y + 1$$

suurin ja pienin arvo siinä suljetussa ja rajoitetussa kolmiojoukossa, jota rajoittavat suorat  $x = 0$ ,  $y = 0$  ja  $x + y = 1$ .