

Tentti 25.3.2006

- Ei laskimia, ei omaa kirjallista materiaalia.
-

1. Kappale liikkuu pitkin tasokäyrää $\mathbf{r}(t) = (t^2, t^2 - 6t + 12)$.

a) Osoita, että käyrä ei kulje pisteen $(6, 3)$ kautta. (2 pistettä)

b) Oletetaan, että hetkellä t_0 kappale alkaa liikkua tasokäyrän tangentin suuntaan. Millä hetkellä t_0 ja missä radan pisteessä tämän täytyy tapahtua, jotta kappale tällöin kulkisi pisteen $(6, 3)$ kautta? (4 pistettä)

2. a) Olkoon $w = f(x, y, z) = x^2 + yz$, missä $x = uv$, $y = v^2$ ja $z = \ln(uv)$.

Laske **ketjusäännöllä** osittaisderivaatan $\frac{\partial w}{\partial u}$ arvo pisteessä $(u, v) = (1, 2)$. (3 pistettä)

b) Kappaleen ominaispaino s voidaan laskea kaavasta

$$s = \frac{x}{x - y}$$

missä x on kappaleen paino ilmassa ja y on sen paino vedessä. Ominaispainon määrittämiseksi saatiin seuraavat mittaustulokset: $x = 10 \text{ g}$ ja $y = 5 \text{ g}$. Punnitustarkkuus ilmassa oli 0.01 g ja vedessä 0.02 g . Arvioi ominaispainon virhettä differentiaalia käyttäen. (3 pistettä)

3. Tutki, ovatko pisteet $(0,0,0)$ ja $(0,0,1)$ funktion

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + x \sin(y) - 3z + \frac{3}{2}z^2$$

lokaaleja ääriarvokohtia, ja jos ovat, niin määrää niiden laatu.

4. a) Laske funktion $\mathbf{f}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\mathbf{f}(x, y) = \begin{bmatrix} x \ln(y) \\ xy \end{bmatrix}$

derivaatta pisteessä $\mathbf{a} = [1, e]^T$. (3 pistettä)

b) Linearisoi funktio \mathbf{f} pisteessä \mathbf{a} . (3 pistettä)

Kaavoja: $f(\mathbf{x}) \approx f(\mathbf{x}_0) + \nabla f(\mathbf{x}_0) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)^T H(\mathbf{x}_0)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$