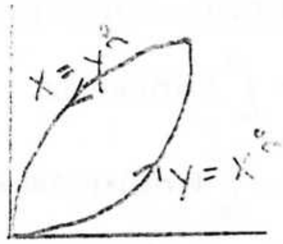
MAT-20400 Vektorianalyysi
tentti 9.10.2007
Ansaitut bonuspisteet saat palauttamalla tehtäväpaperin ao. luennoitsijalle (Kauhanen 5. jakso, Pirttimäki 1. jakso).
Ei laskimia, taulukot jaetaan

1. (i) Olkoon $\mathbf{F}(x,y) = \left(xy + x + y^2, x^2 - x + 1\right)$ ja käyrä C kuten kuvassa.
Laske $\oint \mathbf{F} \bullet d\mathbf{r}$. $\left(-\frac{29}{60}\right)$



(ii) Laske $\int_C \mathbf{F} \bullet d\mathbf{r}$, kun $\mathbf{F} = [-yx\,,\ z,\ y]$ ja C on
$\mathbf{r}(t) = \left[\sqrt{t}, t, \sqrt{t}\right]$, $t \in [1, 2]$ $\left(2\sqrt{2} - \frac{7}{4}\right)$

2. (i) Määrää kentän $\mathbf{F} = yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$ skalaaripotentiaali (mikäli on olemassa).

(ii) Laske Laske $\int_C \mathbf{F} \bullet d\mathbf{r}$, kun C on jana pisteestä (1, 1, 1) pisteeseen $(\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{6})$. (**F** (i)-kohdasta)

3. (i) Olkoon $\mathbf{r} = (x, y, z)$ ja **a** vakiovektori.
Laske $\underbrace{\nabla \bullet (\mathbf{a} \times \mathbf{r})}_{0}$ ja $\underbrace{\nabla (\mathbf{r} \bullet \mathbf{a})}_{a}$ (laskut näkyviin, ei pelkkä tulos).

(ii) Laske vektorikentän **F** vuo $\iint_S \mathbf{F} \bullet \mathbf{n}\, d\sigma$, kun $\mathbf{F} = 2x\mathbf{i} + 3y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
ja S on puolipallo $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$, $z \geq -2$.
(pinnan positiivinen puoli on yläpuoli)
Huom. vain puolipallon pinta. (90π)

4. Laske $\oint_{\partial S} \mathbf{F} \bullet d\mathbf{r}$ Stokesin lauseella, missä $\mathbf{F} = (xy\,, y^2\,, yz)$ ja pinta S on tasosta $x + y + z = 1$ ensimmäiseen oktanttiin jäävä osa.(pinnan positiivinen puoli on yläpuoli) (0)