MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta. Tentti 15.2.2010.

Tehtävät 1-4 kuuluvat kurssin MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta tenttiin Tehtävät 1-5 kuuluvat kurssin 73050 Tilastomatematiikka tenttiin
Ei kirjallisuutta tai muistiinpanoja esillä. Laskin ja jaettava kaavakokoelma sallittu.
Palauta paperisi sille luennoitsijalle (siis oikeaan pinoon), jonka ryhmässä ole suorittanut harjoituspaketin.
Erkki Pirttimäki, Risto Silvennoinen, Kimmo Vattulainen.
Tilastomatematiikan tentti **Kimmo Vattulaiselle.**

1 **a)** Eräs sairaus esiintyy aikuisväestössa keskimäärin neljälläkymmenellä tuhannesta. Määrää todennäköisyys, että satunnaisesti valitussa 30 aikuisen joukossa tämä sairaus on ainakin neljällä.

b) Olkoon A ja B saman otosavaruuden tapahtumia. Tiedetään, että todennäköisyydet tunnetaan $P(B \cap \overline{A}) = 0.2$ ja $P(A|B)=0.5$. Laske tapahtuman P(B) todennäköisyys.

2. Satunnaismuuttujan x tiheysfunktio on

$$f(x)=\begin{cases} 3/x^4 & x \geq a \\ 0 & x < a \end{cases}$$

a) Määrää a.
b) Määrää x:n odotusarvo E(x) ja varianssi var(x).
c) Määrää kertymäfunktio.

3 Valtio X:n armeijassa on tutkittu varusmiesten painoa ja todettu että paino x noudattaa normaalijakaumaa $x \sim N(77,\ 6^2)$.
a) Määrää a>0 siten, että $P(77-a \leq x \leq 77+a)=0.95$
b) Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valitun neljän varusmiehen yhteenlaskettu paino on välillä [300,320]?

4. Olkoon satunnaisvektori $\mathbf{x} = (x, y)$ tasan jakautunut yli alueen $\Omega=\{(x,y) \mid\ 0 \leq y \leq \sqrt{x}, 0 \leq x \leq 1\}$.

a) Määrää satunnaisvektorin tiheysfunktio f(x, y).
b) Määrää cov(x, y).
c) Määrää corr(x, y).

Tehtävä 5 vain kurssin 73050 tilastomatematiikan tentissä.

5. Satunnaismuuttujasta $x \sim N(\mu,\ \sigma^2)$ on otettu 25 kappaleen otos.
Otoskeskiarvoksi saatiin 1.464 ja otosvarianssiksi saatiin s^2 =0.0081.
Testaa riskitasolla 0.05
a) nollahypoteesi $H_0: \mu=1.5$ vaihtoehtoa $H_1: \mu \neq 1.5$ vastaan
b) nollahypoteesi H_0: σ^2=0.0054 vaihtoehtoa $H_1: \sigma^2 > 0.0054$ vastaan.