

# MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 19.10.2010

- Vastaa jokainen tehtävä eri paperille.
  - Funktiolaskin sallittu
- 

1. a) Pelissä on 2 pelaajaa A ja B. Palkinnon 1600 € saa pelaaja, joka ensiksi voittaa 6 erää. Oletetaan, että molemmilla pelaajilla on yhtäsuuri todennäköisyys voittaa yksittäinen erä. Peli keskeytetään tilanteessa, jossa pelaajalla A on 5 erävoittoa ja pelaajalla B on 3 erävoittoa. Jos perusteena pidetään todennäköisyyttä voittaa koko peli, niin miten palkinto tulisi oikeudenmukaisesti jakaa pelaajien kesken.

b) Olkoon  $P(\bar{A} \cap B) = 0.2$  ja  $P(A | B) = 0.7$ . Laske  $P(B)$ .

2. Määritä tapahtuman  $P(X \geq 3)$  todennäköisyys seuraavissa tapauksissa. Esitä vastaus tarkkana arvona tai lähimpänä määritettävissä olevana arvona.

a)  $X \sim \text{Tas}(0, 3)$

b)  $X \sim \text{Tasd}(0, 3)$

c)  $X \sim \text{Poi}(3)$

d)  $X \sim t(13)$

e)  $\Omega_X = [0, 4]$  ja tiheysfunktio  $f(x) = x/8$ .

f) Kertymäfunktio välillä  $[0, 6]$  on  $F(x) = x^2/36$

3. a) Arpajaisissa joka viides arpa voittaa 10 €. Arvan hinta on 2.5 €. Henkilö ostaa arpoja 20 €:lla. Millä todennäköisyydellä hänen ostamiensa arpojen voittosumma on vähintään 20 €.

b) Toinen henkilö ostaa arpoja 200 €:lla. Millä todennäköisyydellä hän saa omansa takaisin eli voittaa vähintään 200 €. Käytä laskemisessa normaaliapproksimaatiota.

4. Satunnaisvektorin  $(X, Y)$  tiheysfunktio  $f(x, y) = 2$ , kun  $0 \leq x \leq y \leq 1$ .

Laske  $\text{Cov}(X, Y)$  ja  $\text{Corr}(X, Y)$ . Ovatko  $X$  ja  $Y$  riippumattomia?