

MAT-20500 TODENNÄKÖISYYSLASKENTA Tentti 2.2.2007

Valitse palautuspäivöistä oma luontoryhmäsi! Saat siten mahdolliset laskuharjoituspisteet huomioitua!

Pinot:

Silvennoinen: S, Au,

Vattulainen: 1 ja 2 periodi,

Pirttimäki: B, Ti, Tlc

73050 Tilastomatematiikka ("vanhat")

Ratkaise:

Todennäköisyyslaskenta: tehtävät 1-4 .

Tilastomatematiikka: tehtävät 2-6

Kaavakokoelma jaetaan, laskinta saa käyttää.

1. (i) Arpajaisissa on 500 arpaa. Voittoarvoja on 1kpl 500e, 2kpl 200e, 2kpl 100e, 10kpl 10e. Ostetaan yksi arpa, laske voiton odotusarvo. Tee tämän perusteella ehdotus arvan sopivaksi hinnaksi.
(ii) Neljän munkin ja kuuden viinerin joukosta valitaan satunnaisesti kuusi tuotetta. Millä todennäköisyydellä saadaan neljä viineriä ja kaksi munkkia.
2. Älykkyyden jakauman älykkyydosamääränä mitaten oletetaan olevan Suomessa $N(100, 24^2)$.
a) Yhdistyksen Mensa ry pääsee jäseneksi, jos älykkyydosamäärä on korkeampi kuin 98 prosentilla ihmisistä. Mikä älykkyydosamäärä jäseniltä sis vähintään vaaditaan?
b) Entä millä todennäköisyydellä satunnaisesti valitun suomalaisen älykkyydosamäärä on ainakin 120?

3. Satunnaismuuttujan x tiheysfunktio on

$$f(x) = \begin{cases} 3/x^4 & x \geq a \\ 0 & x < a \end{cases}$$

- a) Määrittää a.
- b) Määrittää x :n odotusarvo $E(x)$ ja varianssi $\text{var}(x)$.

4. Olkoon satunnaisvektori $x = (x, y)$ tasaa jakautunut yli alueen $\Omega = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 2, y \leq x \leq 2\}$.

- a) Määrittää satunnaisvektorin tiheysfunktio $f(x, y)$.
- b) Määrittää $\text{cov}(x, y)$.
- c) Määrittää $\text{corr}(x, y)$.

5. Satunnaismuuttujasta $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ otettiin 14 riippumatonta havaintoa. Otokeskisarvoksi saatiin 18.0 ja otosvarianssiksi 9. Määrittää odotusarvon 95 % luottamusväli ja varianssin σ^2 90 % luottamusväli.

6. Leipomo leipoo ruisleipää, joiden painon se sanoo olevan vähintään 500 g. Oletetaan, että paino noudattaa normaalijakaumaa. Punnitaan 25 ruisleipää (satunnaisesti valittu) ja saadaan otoskeskiarvoksi 490 g ja otosvarianssiksi 250 g². Testaa 5 % riskitasolla nolalahypoteesia $H_0: \mu \geq 500$, kun vaihtoehtoinen hypoteesi on $H_1: \mu < 500$.