

MAT-30190 Matriisilaskenta 1  
2. Välikoe 7.12.2010, klo 12-14.  
Sarja A

Ei muistiinpanoja, taulukoita, laskinta. Perustele vastauksesi.

1. a) Määrittele aliavaruuden kanta.  
b) Etsi kanta aliavaruudelle  $S$ .

$$S = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_1 + x_2 \\ x_1 - x_3 \end{bmatrix} \mid x_1, x_2 \in \mathbb{R} \right\}$$

c) Mikä on aliavaruuden  $S$  dimensio?

2. Olkoon  $A$   $m \times n$  matriisi.  
a) Minkä avaruuksien välille matriisi määrittelee kuvauksen? Määrittele matriisin arvojoukko ja ydin.  
b) Mitä sanoo dimensiolause? (Todistusta ei tarvitse esittää)  
c) Jos matriisin  $A$  aste on 1, niin mikä on sen arvojoukon kanta?

3. a) Laske matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

ominaisarvot ja ominaisvektorit ja muodosta niiden avulla matriisin spektriesitys.

b) Laske  $A^{1000}$ .

4. Tunnetaan matriisi

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

- a) Muodosta matriisin singulaariarvohajotelma.  
b) Laske matriisin  $A$  normi.  
c) Mikä on  $A$ :n pseudoinverssi?