

MAT-30190 Matriisilaskenta 1
2. Välikoe 5.12.2011, klo 12-14.
Sarja B

Ei muistiinpanoja, taulukoita, laskinta. Perustele vastauksesi.

- Määrittele aliavaruus R ja sen ortogonaalikomplementti R^\perp .
 - Osoita, että R^\perp on aliavaruus.
 - Mikä on $R \oplus R^\perp$? (riittää kun tietää, ei tarvitse todistaa)
- Mitä tarkoittaa QR -hajotelma?
 - Muodosta matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

QR -hajotelma Householderin matriisien avulla (relevantit kaavat ovat

$$P = I - 2 \frac{\mathbf{v}\mathbf{v}^*}{\|\mathbf{v}\|^2}, \quad x_1 = |x_1| e^{i\varphi}, \quad \mathbf{v} = \mathbf{x} + e^{i\varphi} \|\mathbf{x}\| \mathbf{e}_1$$

(Ei kannata säikähtää neliöjuuria, laskut sievenevät mukavasti...)

- Neliömatriisin A , jonka koko on $n \times n$, ominaisarvot ovat $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ ja niitä vastaavat lineaarisesti riippumattomat ominaisvektorit vastaavasti $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n\}$. Osoita, että matriisi A on diagonalisoituva, ja anna sen spektrikehitelmä.
- Tunnetaan matriisi

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Muodosta matriisin singulaariarvohajotelma.
- Laske matriisin A normi
- Mikä on A :n pseudoinverssi?