 VÄLIKOE

SGN-1250 Signaalinkäsittelyn sovellukset
Välikoe 9.12.2009
Heikki Huttunen

Sivuilla 1-2 on VÄLIKOE. Älä vastaa siihen, jos et ollut ensimmäisessä välikokeessa. Tentin kysymykset ovat sivuilla 3-5. Vastaa vain jompaan kumpaan kokeeseen, ei molempiin eikä sekaisin. Vastaa konseptille, ja kirjoita ensimmäiselle sivulle ylös isolla sana VÄLIKOE tai TENTTI. Kirjoita myös nimesi ja opiskelijanumerosi. Tentissä ja välikokeessa saa käyttää vain tiedekunnan laskinta. Jos olet suorittanut pakolliset harjoitukset aikaisemmin kuin tänä vuonna, merkitse paperin alkuun milloin (kevät/kesä/syksy/vuosi)

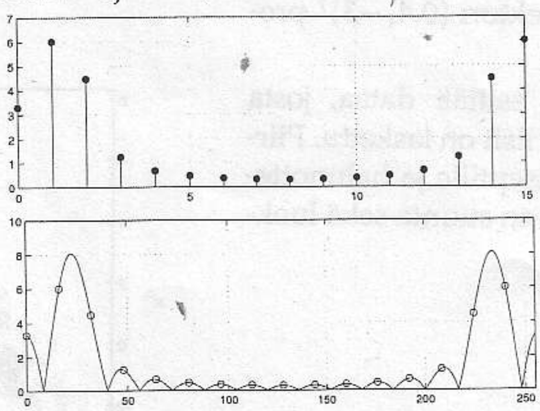
1. Ovatko seuraavat väitteet tosia vai epätosia? Ei perusteluja, pelkkä tosi / epätosi. Oikea vastaus 1p, väärä vastaus $-\frac{1}{2}$p, ei vastausta 0p.
   (a) Lineaarisilla suotimilla on yleensä epälineaarisia suotimia suurempi murtumapiste.
   (b) Jokainen ylimääräinen bitti pienentää kvantisointikohinaa niin, että signaali-kohinasuhde kasvaa noin kahdeksan desibeliä.
   (c) Takaisinlevitysmenetelmä (engl. backpropagation) on hermoverkkojen opetuksessa käytetty algoritmi.
   (d) Kuuden desibelin kaistanleveyttä käytetään arvoitaessa luokittelijan tehokkuutta.
   (e) Fisherin diskriminanttia voidaan käyttää luokittelijan suunnitteluun.
   (f) Ns. *circular buffering* -tekniikkaa käytetään ohjelmistojen toteutuksessa signaaliprosessoreille.

2. (a) Tarkastellaan epälineaarista suodinta, joka ulostulo on yhdeksän viimeksi tulleen näytteen joukosta kolmanneksi pienin. Jos siis heräte on $x(n)$, on vasteen lauseke

$$y(n) = \text{kolmanneksi pienin luvuista } x(n), x(n-1), x(n-2), \ldots, x(n-8).$$

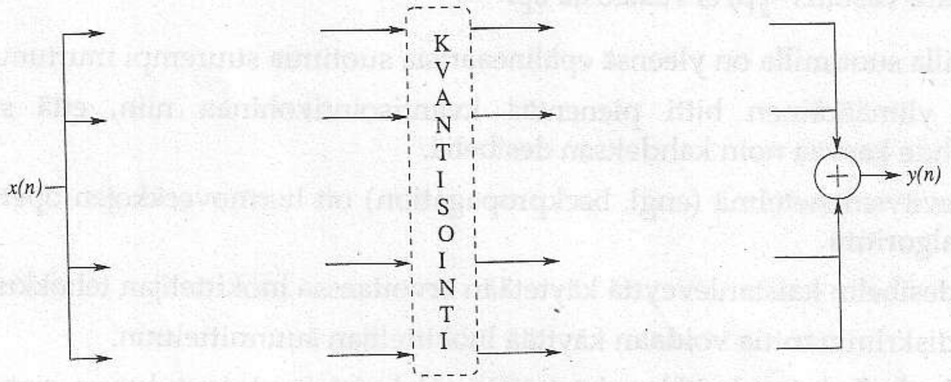
   Mikä on tämän suotimen murtumapiste?
   (b) L-suotimen kertoimet ovat $(w_1, w_2, \ldots, w_7) = (0, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, 0, 0)$. Laske sen murtumapiste.

3. (a) Alla olevassa kuvassa on esitetty kuudentoista näytteen mittaisen signaalin DFT:n itseisarvo. Toisessa kuvassa olevassa kuvaajassa alkuperäisen DFT:n pisteiden välille on interpoloitu uusia arvoja niin, että kertoimia on 256. Miten tämä tehdään? (3p)



(b) Yllä olevassa interpoloidussa spektrissä on runsaasti ylimääräisiä huippuja; alkuperäinen signaali koostui vain yhdestä taajuudesta, $x(n) = \sin(\frac{3}{16}\pi n)$. Kuinka spektrin energian leviämistä ympäröiville taajuuksille voidaan vähentää? (3p)

4. Täydennä alla oleva audiodatan kompressiossa vastaan tullut lohkokaavio, joka kuvaa signaalin jakoa taajuuskaistoihin suodinpankin avulla. Tässä tapauksessa signaali jaetaan yksinkertaisuuden vuoksi neljään kaistaan. "Kvantisointi"-lohkoon menevä data koostuu neljästä signaalista, joissa on yhteensä sama määrä näytteitä kuin signaalissa $x(n)$, mutta jaettuna erillisiin taajuuskaistoihin. Jos kvantisointilohkossa ei tehtäisi mitään, $y(n)$:n täytyisi olla (melkein) sama kuin $x(n)$. Täydennä myös käytettävän neljän suotimen amplitudivasteet alla oleviin asteikkoihin. (3p)



5. (a) Suunniteltaessa Matlabilla lineaarista luokittelijaa kaksiulotteiselle datalle saadaan opetusdatasta kahden luokan kovarianssimatriiseiksi ja keskiarvoiksi seuraavat:

$$\mathrm{cov}_1 = \begin{pmatrix} 2.5 & 1.3 \\ 1.3 & 1.1 \end{pmatrix} \quad \mathrm{cov}_2 = \begin{pmatrix} 2.3 & 1.8 \\ 1.8 & 2.2 \end{pmatrix}$$

$$\mu_1 = \begin{pmatrix} -1.4 \\ 0.2 \end{pmatrix} \quad \mu_2 = \begin{pmatrix} 6.4 \\ 1.75 \end{pmatrix}$$

Diskriminanttivektori määräytyy oheisen Wikipedian artikkelin perusteella. Miksi arvoksi luokiteltava vektori $(0.4, -3)^T$ projisoituu?

Fisher's linear discriminant [edit]

The terms *Fisher's linear discriminant* and *LDA* are often used interchangeably, although Fisher's original article *The Use of Multiple Measures in Taxonomic Problems* (1936) actually describes a slightly different discriminant, which does not make some of the assumptions of LDA such as normally distributed classes or equal class covariances.

Suppose two classes of observations have means $\vec{\mu}_{y=0}, \vec{\mu}_{y=1}$ and covariances $\Sigma_{y=0}, \Sigma_{y=1}$. Then the linear combination of features $\vec{w} \cdot \vec{x}$ will have means $\vec{w} \cdot \vec{\mu}_{y=i}$ and variances $\vec{w}^T \Sigma_{y=i} \vec{w}$ for $i = 0, 1$. Fisher defined the separation between these two distributions to be the ratio of the variance between the classes to the variance within the classes:

$$S = \frac{\sigma^2_{between}}{\sigma^2_{within}} = \frac{(\vec{w} \cdot \vec{\mu}_{y=1} - \vec{w} \cdot \vec{\mu}_{y=0})^2}{\vec{w}^T \Sigma_{y=1} \vec{w} + \vec{w}^T \Sigma_{y=0} \vec{w}} = \frac{(\vec{w} \cdot (\vec{\mu}_{y=1} - \vec{\mu}_{y=0}))^2}{\vec{w}^T (\Sigma_{y=0} + \Sigma_{y=1}) \vec{w}}$$

This measure is, in some sense, a measure of the signal-to-noise ratio for the class labelling. It can be shown that the maximum separation occurs when

$$\vec{w} = (\Sigma_{y=0} + \Sigma_{y=1})^{-1} (\vec{\mu}_{y=1} - \vec{\mu}_{y=0})$$

When the assumptions of LDA are satisfied, the above equation is equivalent to LDA.

(b) Oikealla oleva kuva esittää dataa, josta edellisen kohdan matriisit on laskettu. Piirrä vastaava kuva konseptille ja hahmottele siihen projektiosuoran suunta sekä luokkien välinen rajapinta.